

Bean bag tossing

Lecture 7b: 2022-03-02

MAT A02 – Winter 2022 – UTSC

Prof. Yun William Yu

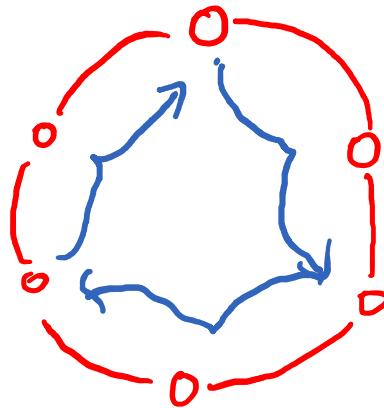
Exercise taken from *Inspiring Mathematics: Lessons from the Navajo Nation Math Circles* by Dave Auckly, Bob Klein, Amanda Serenevy, and Tatiana Shubin

Instructions

- Divide up into groups of around 10 people each.
- Choose two numbers, a modulus n and a tossing number t , each between 1 and 10.
- Arrange n people into a circle.
- Toss the object around the circle in steps of size t .
- Does everyone get the object eventually?

$$n = 6, t = 2$$

No



Fill in the table on the chalkboard

Modulus n

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Tossing number t

Fill in the table on the chalkboard

Modulus n

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2						N				
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Tossing number t

Fill in the table on the chalkboard

Modulus n

Tossing number t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
2	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N
3	Y	Y	N	Y	Y	N	Y	Y	N	Y
4	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N
5	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	Y	Y	N
6	Y	N	N	N	Y	N	Y	N	N	N
7	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	Y
8	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N
9	Y	Y	N	Y	Y	N	Y	Y	N	Y
10	Y	N	Y	N	N	N	Y	N	Y	N

Fill in the table on the chalkboard

Modulus n

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
2	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N
3	Y	Y	N	Y	Y	N	Y	Y	N	Y
4	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N
5	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	Y	Y	N
6	Y	N	N	N	Y	N	Y	N	N	N
7	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	Y
8	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y	N
9	Y	Y	N	Y	Y	N	Y	Y	N	Y
10	Y	N	Y	N	N	N	Y	N	Y	N

Tossing number t

...

...

Pattern finding

Reply in chat or out loud

- Can you find a pattern as to when everyone gets tossed the bean bag?
- We only tried numbers from 1 to 10. What can you conjecture about what happens for other numbers?

Tossing number theorem

- When the modulus and the tossing number are relatively prime, all of the people will catch the bean bag. Otherwise, some people will not have a turn to catch it.